

進階不定積分 (M2A 冊 第 8 章)

甲部

- 在某曲線上任意點 (x, y) 的斜率為 $\frac{dy}{dx} = \ln x + 2$ ，其中 $x > 0$ 。該曲線通過點 $(e, 2e)$ 。
 - 求該曲線的方程。
 - 求該曲線在它與 x 軸的交點的切線方程。
- 利用代換積分法，求 $\int \frac{x^7}{\sqrt{1+x^4}} dx$ 。
 - 在曲線 Γ 上的任意點 (x, y) ， Γ 的切線的斜率為 $\frac{6x^7}{\sqrt{1+x^4}}$ 。 Γ 的 y 截距為 2。求 Γ 的方程。
- 求 $\int \frac{x-4}{x} dx$ 。
 - 利用代換 $u = x^3 + 4$ ，求 $\int \frac{x^5}{x^3+4} dx$ 。
- 設 $f(x)$ 為在 \mathbf{R}^+ 定義的連續函數，其中 \mathbf{R}^+ 為正實數的集合。以 Γ 標記曲線 $y = f(x)$ 。 Γ 通過點 $P(e, 2)$ 且對於所有 $x > 0$ ， $f'(x) = \frac{4(\ln x)^3}{x}$ 。
 - 求 Γ 在 P 的切線方程。
 - 求 Γ 的方程。
 - 求 Γ 的拐點。
- 設 $f(x)$ 為在 \mathbf{R} 定義的連續函數，其中 \mathbf{R} 為實數的集合。以 Γ 標記曲線 $y = f(x)$ 。 Γ 通過點 $P\left(1, \frac{-1}{4e^2}\right)$ 且對於所有 x ， $f'(x) = xe^{-2x^2}$ 。
 - 求 Γ 在 P 的切線方程。
 - 求 Γ 的方程。
 - 求 Γ 的拐點。
- 求 $\int \frac{dx}{4+x}$ ，其中 $x \neq -4$ 。
 - 利用代換積分法，求 $\int \frac{dx}{4+x^2}$ 。

7. (a) 求 $\int \frac{dx}{\sqrt{4-x}}$ 。

(b) 利用代換積分法，求 $\int \frac{dx}{\sqrt{4x-x^2}}$ 。

8. (a) 利用代換積分法，求 $\int \frac{dx}{x^2+9}$ 。

(b) 利用分部積分法，求 $\int x^3 \sin x^2 dx$ 。

9. (a) 利用分部積分法，求 $\int \frac{\ln x}{x^4} dx$ 。

(b) 在曲線 Γ 上的任意點 (x, y) ， Γ 的切線的斜率為 $\frac{9 \ln x}{x^4}$ 。 Γ 通過點 $(1, 2)$ 。求 Γ 的方程。

10. 在某曲線上任意點 (x, y) 的斜率為 $\frac{dy}{dx} = 2x \ln(x^2 + 9)$ 。該曲線通過點 $(4, -16)$ 。求該曲線的方程。

11. 在某曲線上任意點 (x, y) 的斜率為 $\frac{dy}{dx} = 3x^5 \cos(x^3 + 1)$ 。該曲線通過點 $(-1, 1)$ 。求該曲線的方程。